

Hauptseminar 31

Fachdidaktik Mathematik

Modellieren im Mathematikunterricht

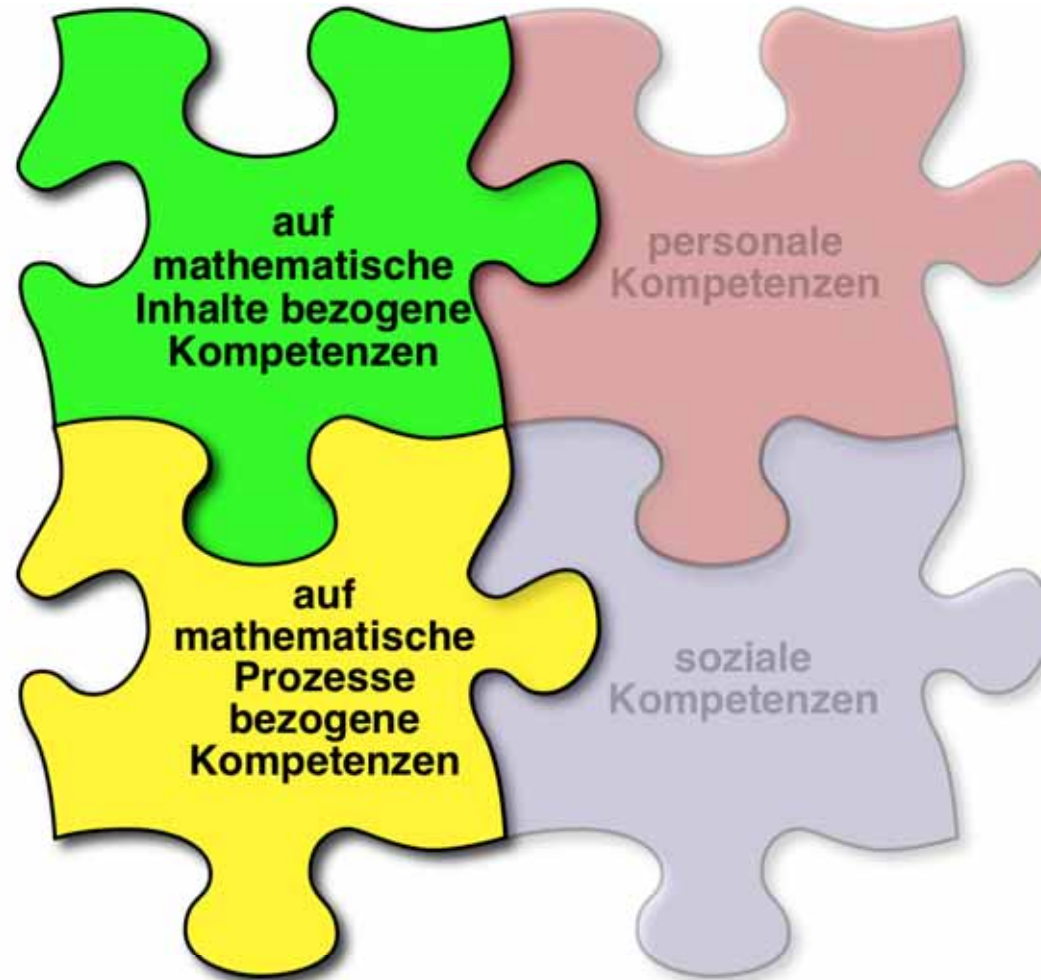
Heinz-Jürgen Harder

Fachleiter für Mathematik

Modellieren
im
Mathematik-
unterricht

Heinz-Jürgen
Harder

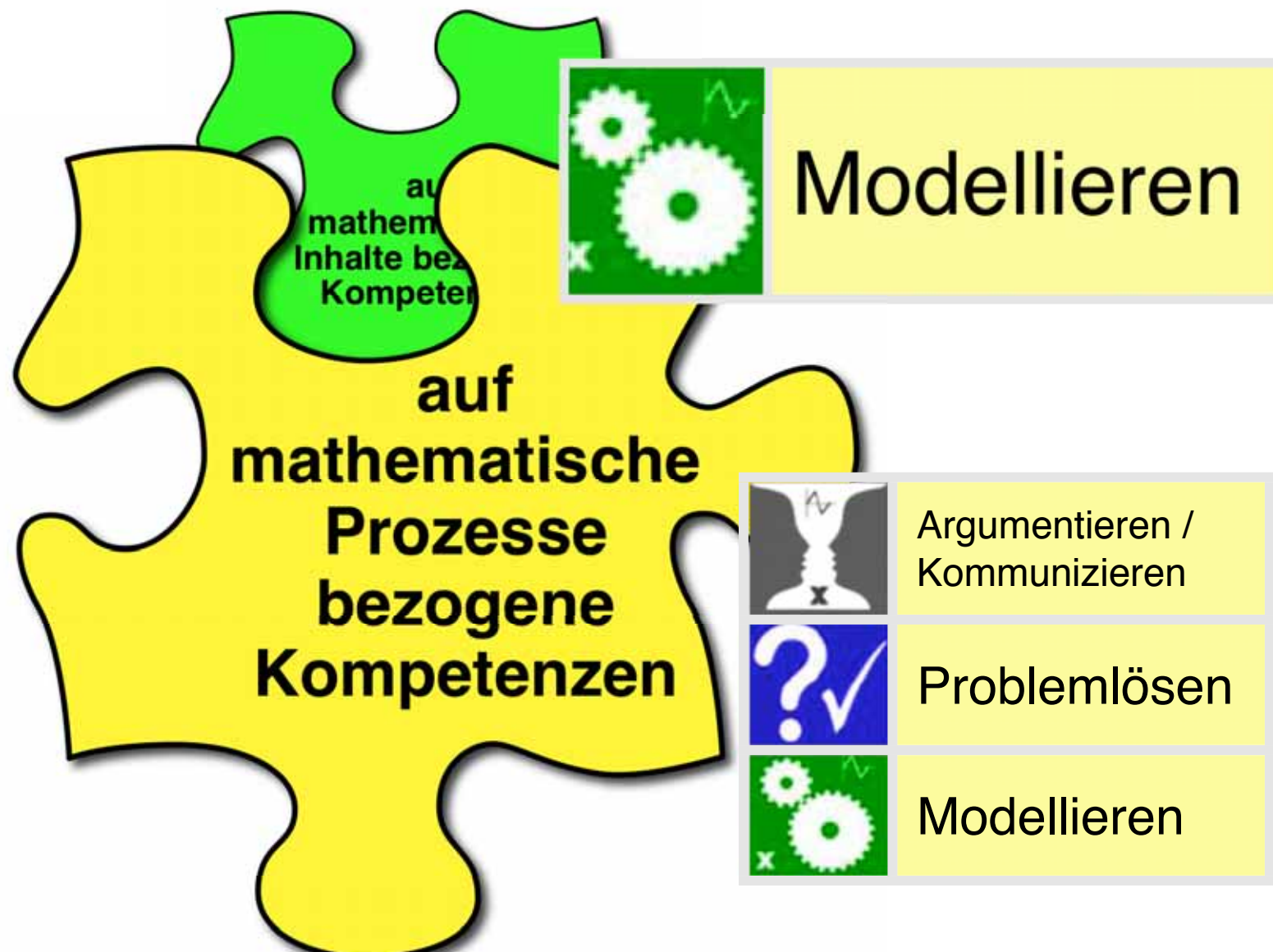
fachliche Kompetenzen



überfachliche Kompetenzen

Modellieren
im
Mathematik-
unterricht

Heinz-Jürgen
Harder



Ein erstes Beispiel

Modellieren
im
Mathematik-
unterricht

Heinz-Jürgen
Harder

- Ein tropfender Wasserhahn kann bis zu 5.000 Liter im Jahr verschwenden. (*baumarkt.de*)
- Ein tropfender Wasserhahn verliert innerhalb von 24 Stunden rund 10 Liter Wasser. (*vz-nrw*)
- Ein tropfender Wasserhahn braucht 45 Liter am Tag. (*schwechat.gv.at*)
- Ein tropfender Wasserhahn (10 Tropfen pro Minute) vergeudet im Monat rund 170 Liter Wasser, das sind mehr als 2.000 Liter pro Jahr. (*mvv-life.de*)



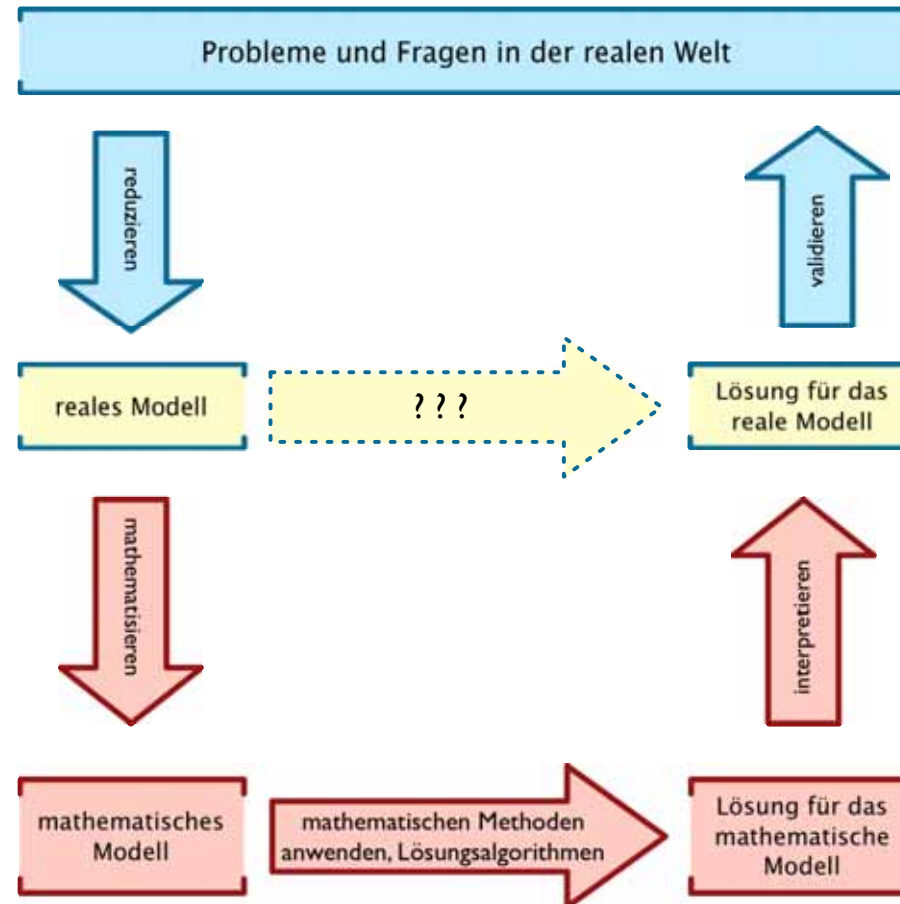
and the winner is.... ;)

Ein einziger tropfender Wasserhahn verschwendet im Jahr 20.000 Liter Wasser!
(*mieterverein-muenchen*)

Der Modellierungskreislauf

Modellieren
im
Mathematik-
unterricht

Heinz-Jürgen
Harder



Ein Beispiel: Wetterprognose

Modellieren
im
Mathematik-
unterricht

Heinz-Jürgen
Harder



reduzieren



mathematisieren

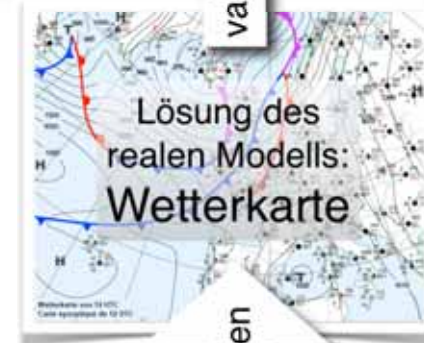
Mathematisches Modell:
Differentialgleichungen

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + (\lambda + \eta) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{f}.$$

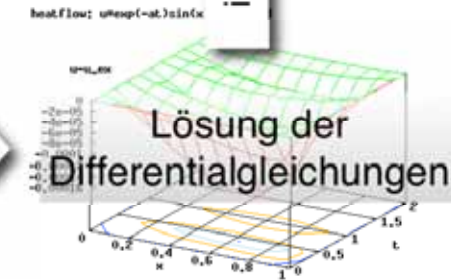


Berechnungen z.B. mit Hochleistungscomputern

validieren



interpretieren



Zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen gehören danach:

... (K3) Mathematisch modellieren

Dazu gehört:

- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen,
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten,
- Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.



Eine klassische Schulbuchaufgabe:

aus: *Elemente der Mathematik 9, Schroedel-Verlag, S. 203*

Beim schiefen Wurf einer Kugel wird unter bestimmten Bedingungen die Flugbahn durch den Graphen der Funktion $x \mapsto -\frac{2}{75} \left[\left(x - \frac{25}{2} \right)^2 - \frac{625}{4} \right]$ beschrieben. In welcher Entfernung x (in m) von der Abwurfstelle wird

- der höchste Punkt erreicht;
- eine Wurfhöhe von 1,5 m $\left[2\frac{2}{3} \text{ m} \right]$ erreicht?



Öffnung der Aufgabe mit Aufforderung zum Modellieren:

- „Wie kann die Flugbahn des Balles mathematisch beschrieben werden?“
- „Wie verläuft eine optimale Flugbahn?“
- „Wie hoch muss die Halle sein?“



Modellierungsaufgaben sind:

- realitätsbezogen und möglichst authentisch
- für die Schülerinnen und Schüler zugänglich
- herausfordernd
- offen

- **Fermi-Aufgaben**
- **Kurvenverläufe modellieren**
 - Bögen und Wege mit quadratischen Funktionen und Potenzfunktionen modellieren.
- **Datenmodellierungen**
 - Messwerte und statistische Daten mit linearen, quadratischen, Exponential- und Winkelfunktionen modellieren.
- **Geometrische Modellierungen**
 - Reale Flächen und Körper mit geometrischen Objekten modellieren.

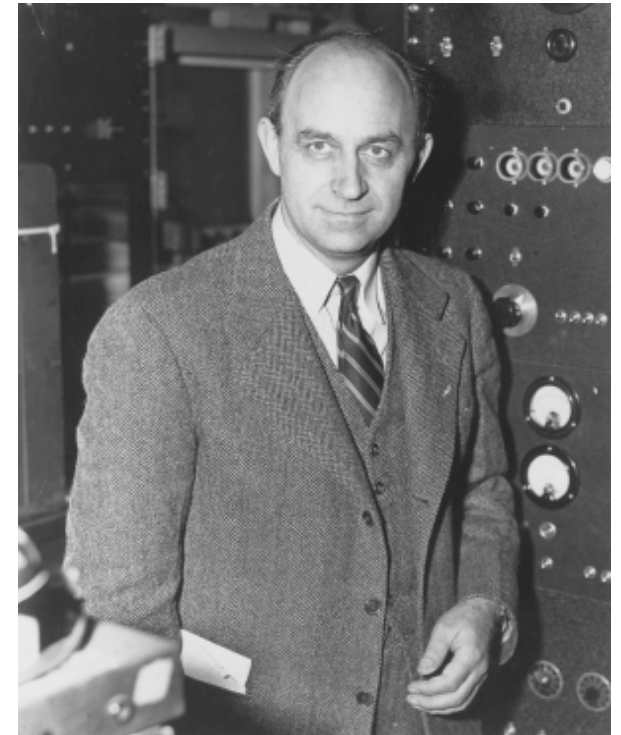
Enrico Fermi

(* 29. September 1901 in Rom, Italien; † 28. November 1954 in Chicago, USA),

war einer der bedeutendsten Kernphysiker des 20. Jahrhunderts. 1938 erhielt er den Nobelpreis für Physik.

Ihm gelang am 2. Dezember 1942 (15:25 Uhr) an der University of Chicago mit dem Kernreaktor Chicago Pile No. 1 erstmals eine kritische Kernspaltungs-Kettenreaktion [...].

Im Sommer 1944 zog Fermi mit seiner Familie nach Los Alamos (New Mexico) in das geheime Atom-Forschungslabor der USA. Als Berater von Robert Oppenheimer spielte Fermi eine wichtige Rolle bei Entwicklung und Bau der ersten Atombomben. [...]



Fermi war für seine schnellen Abschätzungen und seine physikalische Intuition bekannt – er war ein Meister der „back of the envelope“-Rechnungen (die nicht mehr Platz als die Rückseite eines Briefkuverts benötigen). Sprichwörtlich sind auch die *Fermi questions (Fermi-Probleme)*, wie etwa aus wenigen Daten die Anzahl der Klavierstimmer in einer Stadt wie Chicago abzuschätzen.

Die Fermi-Box

Unsere Schule A 8

Masse in der Klasse

- Wie viel wiegen alle Schülerinnen und Schüler deiner Schule zusammen?



A close-up photograph of a scale's dial. The number '500' is clearly visible, and the word 'Gramm' is printed in orange below the scale markings.

Berufe F 1

Der Bus kommt

- Wie viele Kilometer im Jahr fährt ...
 - ein Busfahrer, eine Busfahrerin?
 - ein Taxifahrer?
 - ein LKW-Fahrer?
 - eine Streifenpolizistin?



A photograph of a white and blue toy bus on a black track. The bus is positioned on a curved section of the track.

Reichstagskuppel



- Mit welchem geometrischen Körper kann die Reichstagskuppel modelliert werden?
- Wie könnte eine Modellierung der schiefen Ebene der Zuschauergalerie aussehen?

Sauerkrautdosen



Die Dosen sollen auf einer Palette transportiert werden

- Welche wären hierfür die günstigsten Abmessungen für die Dosen:
- Wie können die Dosen am sinnvollsten auf der Palette angeordnet werden?

Mitternachtssonne und Sonnenauf- und -untergang



Unter der Webadresse

http://aa.usno.navy.mil/data/docs/RS_OneYear.php
können für jeden Ort der Erde die Sonnenaufgangs- und
Sonnenuntergangszeiten abgerufen werden

- Wie könnte eine Modellierung der des Zeitverlaufs über ein Jahr aussehen?

BREMEN
Rise and Set for the Sun for 2011
Zone: 1h East of Greenwich

Day	Jan.		Feb.		Mar.		Apr.		May		June	
	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set
	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
01	0838	1617	0808	1708	0712	1802	0559	1858	0452	1952	0405	2040
02	0838	1619	0807	1710	0710	1804	0557	1900	0450	1954	0404	2041
03	0838	1620	0805	1711	0708	1805	0554	1902	0448	1955	0403	2042
04	0837	1621	0803	1713	0706	1807	0552	1904	0446	1957	0402	2043
05	0837	1622	0802	1715	0703	1809	0550	1905	0444	1959	0402	2044
06	0837	1623	0800	1717	0701	1811	0547	1907	0442	2001	0401	2045

Blutalkohol



Der Übergang des Alkohols in
das Blut und der Abbau des
Blutalkohols sind zeitabhängige
Größen?

- Wie könnte eine
Modellierung aussehen?

Modellieren
im
Mathematik-
unterricht

Heinz-Jürgen
Harder



Anwendung von
quadratischen Funktionen

